

Dokonalá čísla, zvláště to páté

Jindřich Bečvář

Katedra didaktiky matematiky,
Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

Kalsem, Kouty, 2017

becvar@karlin.mff.cuni.cz
www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar
www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm

Osnova

- 1 Dokonalá čísla
- 2 Sudá dokonalá čísla
- 3 Páté dokonalé číslo
- 4 Další dokonalá čísla
- 5 Mersennova prvočísla
- 6 Lichá dokonalá čísla

Dokonalá čísla, Eukleidés

- **Definice.** *Přirozené číslo se nazývá dokonalé, je-li rovno součtu všech svých vlastních dělitelů.*

Příklady: $6 = 1 + 2 + 3$, resp. $12 = 1 + 2 + 3 + 6$,

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, resp. $56 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28$

Dokonalá čísla, Eukleidés

- **Definice.** *Přirozené číslo se nazývá dokonalé, je-li rovno součtu všech svých vlastních dělitelů.*

Příklady: $6 = 1 + 2 + 3$, resp. $12 = 1 + 2 + 3 + 6$,

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, resp. $56 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28$

- **Věta** (Eukleidés, IX.36). *Je-li číslo $2^p - 1$ prvočíslem, je číslo $2^{p-1}(2^p - 1)$ dokonalé.*

Dokonalá čísla, Eukleidés

- **Definice.** *Přirozené číslo se nazývá dokonalé, je-li rovno součtu všech svých vlastních dělitelů.*

Příklady: $6 = 1 + 2 + 3$, resp. $12 = 1 + 2 + 3 + 6$,

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, resp. $56 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28$

- **Věta** (Eukleidés, IX.36). *Je-li číslo $2^p - 1$ prvočíslem, je číslo $2^{p-1}(2^p - 1)$ dokonalé.*

Důkaz. Sečteme všechny vlastní dělitele čísla $2^{p-1}(2^p - 1)$:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{p-1} + \\ &\quad + (2^p - 1) + 2(2^p - 1) + 2^2(2^p - 1) + \dots + 2^{p-2}(2^p - 1) = \\ &= 2^p - 1 + (2^p - 1)(2^{p-1} - 1) = 2^{p-1}(2^p - 1). \end{aligned}$$

- *Je-li $2^p - 1$ prvočíslo, je p prvočíslo.*

- *Je-li $2^p - 1$ prvočíslo, je p prvočíslo.*

Důkaz. Kdyby $p = mn$, kde $1 < m < p$, potom

$$2^p - 1 = (2^m)^n - 1^n = (2^m - 1)(2^{m(n-1)} + \dots + 1).$$

- *Je-li $2^p - 1$ prvočíslo, je p prvočíslo.*

Důkaz. Kdyby $p = mn$, kde $1 < m < p$, potom

$$2^p - 1 = (2^m)^n - 1^n = (2^m - 1)(2^{m(n-1)} + \dots + 1).$$

- Pro některá prvočísla p nemusí být $2^p - 1$ prvočíslo.

Příklad: $2^{11} - 1 = 2\,047 = 23 \cdot 89$

- *Je-li $2^p - 1$ prvočíslo, je p prvočíslo.*

Důkaz. Kdyby $p = mn$, kde $1 < m < p$, potom

$$2^p - 1 = (2^m)^n - 1^n = (2^m - 1)(2^{m(n-1)} + \dots + 1).$$

- Pro některá prvočísla p nemusí být $2^p - 1$ prvočíslo.

Příklad: $2^{11} - 1 = 2\,047 = 23 \cdot 89$

- Podle Eukleidovy věty vznikají první čtyři dokonalá čísla pro $p = 2, 3, 5, 7$:

$$2(2^2 - 1) = 2 \cdot 3 = 6,$$

$$2^2(2^3 - 1) = 4 \cdot 7 = 28,$$

$$2^4(2^5 - 1) = 16 \cdot 31 = 496,$$

$$2^6(2^7 - 1) = 64 \cdot 127 = 8\,128.$$

- *Dokonalá čísla, která vznikají podle Eukleidovy věty, končí cifrou 6 nebo 8.*

- *Dokonalá čísla, která vznikají podle Eukleidovy věty, končí cifrou 6 nebo 8.*

Důkaz. Mocniny čísla 2 jsou:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1 024, 2 048, 4 096, 8 192, 16 384, ...

Čísla tvaru 2^{4k+1} končí cifrou 2, čísla tvaru 2^{4k+3} cifrou 8,

čísla tvaru 2^{4k} končí cifrou 6, čísla tvaru 2^{4k+2} končí cifrou 4.

Pro liché p tvaru $4k + 1$, resp. $4k + 3$ čísla tvaru $2^{p-1}(2^p - 1)$

končí cifrou 6, neboť $6 \cdot 1 = 6$,

resp. cifrou 8, neboť $4 \cdot 7 \equiv 8 \pmod{10}$.

Navíc pro $p = 2$ (sudé!) je $2(2^2 - 1) = 6$.

- Čísla tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ jsou čísla trojúhelníkovými.

Důkaz.

$$2^{k-1}(2^k - 1) = \frac{1}{2} \cdot 2^k(2^k - 1) = 1 + 2 + 3 + \cdots + (2^k - 1)$$

- Číslo tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ jsou čísla trojúhelníkovými.

Důkaz.

$$2^{k-1}(2^k - 1) = \frac{1}{2} \cdot 2^k(2^k - 1) = 1 + 2 + 3 + \cdots + (2^k - 1)$$

- Číslo tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ mají ve dvojkové soustavě zápis $1 \dots 10 \dots 0$, kde je za sebou k jedniček a $k - 1$ nul.

- Čísla tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ jsou čísla trojúhelníkovými.

Důkaz.

$$2^{k-1}(2^k - 1) = \frac{1}{2} \cdot 2^k(2^k - 1) = 1 + 2 + 3 + \dots + (2^k - 1)$$

- Čísla tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ mají ve dvojkové soustavě zápis $1 \dots 10 \dots 0$, kde je za sebou k jedniček a $k - 1$ nul.

Důkaz. Stačí číslo $2^{k-1}(2^k - 1)$ vyjádřit ve tvaru

$$2^{k-1}[1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1}] = 2^{2k-2} + \dots + 2^{k-1}.$$

- Čísla tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ jsou čísla trojúhelníkovými.

Důkaz.

$$2^{k-1}(2^k - 1) = \frac{1}{2} \cdot 2^k(2^k - 1) = 1 + 2 + 3 + \dots + (2^k - 1)$$

- Čísla tvaru $2^{k-1}(2^k - 1)$ mají ve dvojkové soustavě zápis $1 \dots 10 \dots 0$, kde je za sebou k jedniček a $k - 1$ nul.

Důkaz. Stačí číslo $2^{k-1}(2^k - 1)$ vyjádřit ve tvaru

$$2^{k-1}[1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1}] = 2^{2k-2} + \dots + 2^{k-1}.$$

František Josef Studnička (1836–1903), profesor pražské (české) univerzity

Einige Bemerkungen über die sogenannten euklidischen Zahlen, Sitzungsberichte der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften, 1899, č. 30, 1–3.

- *Ciferný součet čísla $2^{k-1}(2^k - 1)$, kde k je liché, je 1.*

- *Ciferný součet čísla $2^{k-1}(2^k - 1)$, kde k je liché, je 1.*

Důkaz. Liché číslo k má tvar $6k + 1$, $6k + 3$ nebo $6k + 5$.

$$2^{6k}(2^{6k+1} - 1) = 64^k(2 \cdot 64^k - 1) \equiv 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1) \equiv 1 \pmod{9},$$

resp.

$$2^{6k+2}(2^{6k+3} - 1) = 4 \cdot 64^k(8 \cdot 64^k - 1) \equiv 4 \cdot (-1 \cdot 1 - 1) \equiv 1,$$

resp.

$$\begin{aligned} 2^{6k+4}(2^{6k+5} - 1) &= 16 \cdot 64^k(32 \cdot 64^k - 1) \equiv \\ &\equiv (-2) \cdot 1 \cdot [(-4) \cdot 1 - 1] \equiv 1 \pmod{9}. \end{aligned}$$

Ciferný součet čísla n je roven zbytku při dělení čísla n číslem 9. Pro 6 ($p = 2$) neplatí.

- *Ciferný součet čísla $2^{k-1}(2^k - 1)$, kde k je liché, je 1.*

Důkaz. Liché číslo k má tvar $6k + 1$, $6k + 3$ nebo $6k + 5$.

$$2^{6k}(2^{6k+1} - 1) = 64^k(2 \cdot 64^k - 1) \equiv 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1) \equiv 1 \pmod{9},$$

resp.

$$2^{6k+2}(2^{6k+3} - 1) = 4 \cdot 64^k(8 \cdot 64^k - 1) \equiv 4 \cdot (-1 \cdot 1 - 1) \equiv 1,$$

resp.

$$\begin{aligned} 2^{6k+4}(2^{6k+5} - 1) &= 16 \cdot 64^k(32 \cdot 64^k - 1) \equiv \\ &\equiv (-2) \cdot 1 \cdot [(-4) \cdot 1 - 1] \equiv 1 \pmod{9}. \end{aligned}$$

Ciferný součet čísla n je roven zbytku při dělení čísla n číslem 9. Pro 6 ($p = 2$) neplatí.

- Eukleidova věta dává **sudá** dokonalá čísla.

Až do 18. století nebylo jasné, zda existují **jiná** sudá dokonalá čísla.

Sudá dokonalá čísla, Euler

- **Věta** (Euler). *Každé sudé dokonalé číslo má tvar $2^{p-1}(2^p - 1)$, kde $2^p - 1$ je prvočíslo.*

Sudá dokonalá čísla, Euler

- **Věta** (Euler). *Každé sudé dokonalé číslo má tvar $2^{p-1}(2^p - 1)$, kde $2^p - 1$ je prvočíslo.*

Důkaz. Uvažujme sudé dokonalé číslo $n = 2^{m-1} \cdot q$, kde $m > 1$ a q je liché. Součet **všech** dělitelů čísla n je

$$2^m \cdot q = (1 + 2 + \cdots + 2^{m-1}) \cdot S,$$

kde S je součet **všech** dělitelů čísla q . Odtud

$$2^m \cdot q = (2^m - 1) \cdot S,$$

proto $S = 2^m \cdot x$. Dále je tedy $q = (2^m - 1) \cdot x$.

Pokud by bylo $x \neq 1$, byl by součet S **všech** dělitelů čísla q

$$S = (2^m - 1) \cdot x + (2^m - 1) + x + \cdots + 1 > S = 2^m \cdot x.$$

Proto je $x = 1$, $S = 2^m$ a $q = 2^m - 1$ je prvočíslo.

- Teprve po Eulerovi bylo jasné, že všechna sudá dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou.

- Teprve po Eulerovi bylo jasné, že všechna sudá dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou.
- Eulerova věta navíc říká, že existuje vzájemně jednoznačná korespondence mezi sudými dokonalými čísly a prvočísly tvaru $2^p - 1$.
 - Eukleidés (kolem 300 př. Kr.)
 - Euler (1707–1783)

- Teprve po Eulerovi bylo jasné, že všechna sudá dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou.
- Eulerova věta navíc říká, že existuje vzájemně jednoznačná korespondence mezi sudými dokonalými čísly a prvočísly tvaru $2^p - 1$.
 - Eukleidés (kolem 300 př. Kr.)
 - Euler (1707–1783)
- V mezidobí rozličné úvahy, názory, ...

Páté dokonalé číslo

- Staří Řekové znali dokonalá čísla 6, 28, 496, 8 128
($p = 2, 3, 5, 7$)
- Číslo 9 není prvočíslo.
- Pro $p = 11$ není $2^p - 1$ prvočíslo.

Páté dokonalé číslo

- Staří Řekové znali dokonalá čísla 6, 28, 496, 8 128

$$(p = 2, 3, 5, 7)$$

- Číslo 9 není prvočíslo.
- Pro $p = 11$ není $2^p - 1$ prvočíslo.
- Pro $p = 13$ je $2^p - 1 = 2^{13} - 1 = 8\,191$ prvočíslo,
a tedy pátým dokonalým číslem je

$$2^{12}(2^{13} - 1) = 4\,096 \cdot 8\,191 = 33\,550\,336.$$

Proč k němu nedospěli Řekové? Stačilo prověřit, že 8 191 je prvočíslo a vypočítat součin $4\,096 \cdot 8\,191$.

- velká čísla, výpočty
- pocit, že musí existovat „menší“ dokonalé číslo, patrně pěticiferné ...

- Nikomachos z Gerasy (asi 60 až 120): *Úvod do aritmetiky*
 - čtyři dokonalá čísla: 6, 28, 496, 8128
 - leží v intervalech 1, 10, 100, 1 000, 10 000
(mají tedy jednu, dvě, tři, čtyři cifry)
 - všechna dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou
(a jsou tedy sudá) [Předjímá skutečnost!]
 - každé dokonalé číslo končí na cifru 6 nebo 8
a ty se pravidelně střídají [Pravda jen částečně!]

- Nikomachos z Gerasy (asi 60 až 120): *Úvod do aritmetiky*
 - čtyři dokonalá čísla: 6, 28, 496, 8128
 - leží v intervalech 1, 10, 100, 1 000, 10 000
(mají tedy jednu, dvě, tři, čtyři cifry)
 - všechna dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou
(a jsou tedy sudá) [Předjímá skutečnost!]
 - každé dokonalé číslo končí na cifru 6 nebo 8
a ty se pravidelně střídají [Pravda jen částečně!]
- Iamblichos z Chalkidy (asi 285 až 330):
komentáře k Nikomachovi
 - mezi každými dvěma čísly 10^n a 10^{n+1} je právě jedno dokonalé číslo (má $n + 1$ cifer)

- Nikomachos z Gerasy (asi 60 až 120): *Úvod do aritmetiky*
 - čtyři dokonalá čísla: 6, 28, 496, 8128
 - leží v intervalech 1, 10, 100, 1 000, 10 000
(mají tedy jednu, dvě, tři, čtyři cifry)
 - všechna dokonalá čísla jsou popsána Eukleidovou větou
(a jsou tedy sudá) [Předjímá skutečnost!]
 - každé dokonalé číslo končí na cifru 6 nebo 8
a ty se pravidelně střídají [Pravda jen částečně!]
- Iamblichos z Chalkidy (asi 285 až 330):
komentáře k Nikomachovi
 - mezi každými dvěma čísly 10^n a 10^{n+1} je právě jedno dokonalé číslo (má $n + 1$ cifer)

Neúplná indukce!!!

- Filón z Alexandrie (asi 20 př. Kr. až 50 po Kr.)
 - helénsko-židovský platonský filozof
 - za 6 dnů byl stvořen svět, Měsíc obíhá Zemi za 28 dnů
- Órigenés (asi 184 až 253)
 - řecký církevní učitel a teolog
- Didymos Alexandrijský (též Slepý, asi 310/13 až 398)
 - křesťanský teolog
 - jsou jen čtyři dokonalá čísla menší než 10 000
- Sv. Augustin (354–430)
 - *De civitate Dei* (O Boží obci)
 - dokonalost čísla 6 v souvislosti s počtem dnů stvoření světa

- Thabit ibn Qurra (asi 826/36 až 901)
 - arabský astronom, matematik, fyzik a lékař
 - překladatel řeckých textů (Eukleidés, Archimédés, (Eukleidés, Archimédés, Apollonios, Ptolemaios)
 - věnoval se číslům tvaru $2^n p$, kde p je prvočíslo, některá mohou být dokonalá

- Thabit ibn Qurra (asi 826/36 až 901)
 - arabský astronom, matematik, fyzik a lékař
 - překladatel řeckých textů (Eukleidés, Archimédés, (Eukleidés, Archimédés, Apollonios, Ptolemaios)
 - věnoval se číslům tvaru $2^n p$, kde p je prvočíslo, některá mohou být dokonalá
- Abu Ali al-Hasan ibn al-Haytham (Alhazen, asi 965 až 1040)
 - arabský matematik, fyzik a astronom
 - *Analýza a syntéza*
 - předjímal tvrzení Eulerovy věty o sudých dokonalých číslech

- Ismail ibn Fallus (asi 1194 až 1239/52)
 - deset čísel, o kterých tvrdil, že jsou dokonalá
 - sedm správně (2,3,5,7,13,17,19), tři nikoliv (9,11,23)
 - správně vyloučil 15 a 21

335 503 336,

8 589 869 056,

137 438 691 328

- ad-Din as-Sirazi
 - *Encyklopedie* (1292 až 1306)
 - šest dokonalých čísel
- Nyní mohlo být do jisté míry zpochybněno tvrzení, že cifry 6 a 8 se v dekadickém vyjádření pravidelně střídají.

Výsledky Ismaila ibn Falluse však v Evropě nebyly známé.

■ M. Curtze v letech 1895, 1899:

- Codex Latinus Monacensis 14908 (z roku 1456)
 - neznámý autor (Friedrich?)
 - pět dokonalých čísel: páté dokonalé číslo!
- Codex Vindobonensis 5203 (kolem roku 1461)
 - autor Johannes Müller (1436–1476)
(Johannes de Regio Monte, Regiomontanus)
 - německý matematik a astronom
 - pět dokonalých čísel: páté dokonalé číslo!

■ Ettore Picutti roku 1989:

- Codice Palatino 573 (z roku 1458)
 - Biblioteca Nazionale di Firenze
 - *Trattato di pratticha d'arismetricha*
 - přepis staršího traktátu téhož autora
 - neznámý autor z Florencie, významný autor
 - jeho učitel: Domenico d'Agostino
 - pět dokonalých čísel (fol. 28r)
- Codex Ottobonianus Latinus 3307,
 - Biblioteca Apostolica Vaticana (1460)
 - stejný autor
 - šest dokonalých čísel (fol. 24r)

- Objev pátého dokonalého čísla datujeme rokem 1456
Evropská namyšlenost!
- Tento výsledek však nedošel rozšíření,
ještě poměrně dlouho se objevují chybné úvahy.
- Jacques Lefèvre (1455–1537)
 - 1496: Eukleidův předpis pro tvorbu dokonalých čísel dává
všechna dokonalá čísla

■ Luca Pacioli (asi 1445 až 1517)

- *Suma de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*
- připomíná Eukleidův způsob vytváření dokonalých čísel
- posloupnost dokonalých čísel 6, 8, 496, pokračuje do nekonečna
- 14. dokonalé číslo je 9 007 199 187 632 128
- odpovídá číslu $2^{26}(2^{27} - 1)$ (chyba)
- dokonalá čísla střídavě končí na cifry 6 a 8 (chyba)

- Nicolas Chuquet (asi 1445 až 1488)
 - francouzský matematik píšící francouzsky
 - *Triparty en la science des nombres* (1484)
 - připomíná Eukleidovu větu o dokonalých číslech
 - kromě dokonalých čísel 6, 28, 496, 8 128
uvádí v připojeném schématu čísla

$$2^8(2^9 - 1) = 130\,816,$$

$$2^{10}(2^{11} - 1) = 2\,096\,128,$$

$$2^{12}(2^{13} - 1) = 33\,550\,336.$$

Pouze třetí je správně!

(čísla $2^9 - 1 = 511$, $2^{11} - 1 = 2\,047$ nejsou prvočísla)

- Estienne de La Roche (konec 15. až počátek 16. stol.)
 - *L'arithmétique nouvellement* (Lyon, 1520, 2. vydání 1538)
 - výrazně čerpal (brutálně opisoval) z Chuquetova spisu
Triparty en la science des nombres
 - dokonalá čísla jsou dána formulí $2^{p-1}(2^p - 1)$,
kde $p = 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots$
 - opomíjí Eukleidův předpoklad

- Chyby opakují:
- Michael Stifel (1487–1567)
- Jacques Peletier (Peletarius, 1517–1582)
- Niccolò Fontana zvaný Tartaglia (asi 1499 až 1557)
 - prvních dvacet dokonalých čísel
(pro $p = 2, 3, 5, 7, 9, \dots, 39$)
- Robert Recorde (asi 1510 až 1558)
- Hudalrichus Regius
 - *Utriusque Arithmetices* (1536)
 - uvádí páté dokonalé číslo

Další dokonalá čísla

- Pietro Antonio Cataldi (1548–1626)
 - profesor na univerzitách ve Florencii a Bologni
 - tabulka prvočísel menších než 750
 - rozklad čísel menších než 800 na součin prvočísel
 - má-li být $2^p - 1$ prvočíslem, musí být p prvočíslo
 - 1603: $2^{17} - 1$ a $2^{19} - 1$ jsou prvočísla
 - šesté dokonalé číslo: $2^{16}(2^{17} - 1) = 8\,589\,869\,056$
 - sedmé dokonalé číslo: $2^{18}(2^{19} - 1) = 137\,438\,691\,328$
 - dokázal: dokonalá čísla, která popsal Eukleidés, končí na cifru 6 nebo 8
 - nestřídají se pravidelně (páté a šesté končí cifrou 6)
 - $2^p - 1$ je prvočíslem pro $p = 23, 29, 31, 37$ (třikrát se zmýlil)

- Pierre de Fermat (1601–1665)
 - francouzský právník, geniální matematik-amatér
 - 1640: čísla $2^{23} - 1$ a $2^{37} - 1$ jsou složená

■ Pierre de Fermat (1601–1665)

- francouzský právník, geniální matematik-amatér
- 1640: čísla $2^{23} - 1$ a $2^{37} - 1$ jsou složená

■ Marin Mersenne (1588–1648)

- francouzský mnich (minorita), matematik, fyzik a filozof
- 1644: *Cogitata physica mathematica*
- $2^p - 1$ je prvočíslem pro
$$p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257$$
a žádné jiné prvočíslo menší než 250
- podle Cataldiho: do čísla 19 (včetně) je seznam v pořádku
- podle Fermata: neuvedl 23 a 37
- na dalších místech jsou chyby

■ Leonhard Euler (1707–1783)

– 1732: $2^{29} - 1$ je složené

– 1738: $2^{31} - 1$ je prvočíslo

$2^{30}(2^{31} - 1)$ je dokonalé (osmé dokonalé číslo)

- Edouard Lucas (1842–1891)
 - 1876: $2^{67} - 1$ je složené, $2^{127} - 1$ je prvočíslo
- Pervušin
 - 1883: $2^{61} - 1$ je prvočíslo
- Powers
 - 1911: $2^{89} - 1$ je prvočíslo
 - 1913: $2^{107} - 1$ je prvočíslo
- Kraitchik
 - 1933: $2^{257} - 1$ je složené
- Teprve nyní byl zcela opraven Mersennův seznam:
2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127
 - prvních dvanáct dokonalých čísel

Mersennova prvočísla

- **Definice.** *Prvočísla tvaru $2^p - 1$ se nazývají Mersennova.*

- z nich vznikají sudá dokonalá čísla
- hledání velkých prvočísel

Pietro Cataldi, Pierre de Fermat, Marin Mersenne,
Leonhard Euler, Edouard Lucas, řada dalších matematiků

- 1951: 12 Mersennových prvočísel

Od roku 1876 do roku 1951:

největším známým prvočíslem $2^{127} - 1$ (39 cifer)

- výpočetní technika!!!
- 1952: $2^p - 1$ pro $p = 521, 607, 1\,279, 2\,203, 2\,281$

- 2000: 38 Mersennových prvočísel
- leden 2016: 49. Mersennovo prvočíslo $2^{74\,207\,281} - 1$
 - má 22 338 618 cifer
 - odpovídající dokonalé číslo má 44 677 235 cifer
- Otevřené problémy:
 - je Mersennových prvočísel nekonečně mnoho?
(ekvivalentní problém)
 - je sudých dokonalých čísel nekonečně mnoho?

Lichá dokonalá čísla

- Leonhard Euler
 - otázka existence lichých dokonalých čísel je mimořádně obtížná
- James Joseph Sylvester (1814–1897)
 - studoval problém v letech 1887 a 1888

Lichá dokonalá čísla

- Leonhard Euler
 - otázka existence lichých dokonalých čísel je mimořádně obtížná
- James Joseph Sylvester (1814–1897)
 - studoval problém v letech 1887 a 1888
- Otevřený problém: existence lichých dokonalých čísel
 - liché dokonalé číslo by muselo splňovat řadu podmínek
 - muselo by být obrovské (alespoň 10^{1500})
 - muselo by mít alespoň 101 prvočíselných dělitelů (alespoň deset navzájem různých) atd.

Děkuji za pozornost !

Děkuji za pozornost !